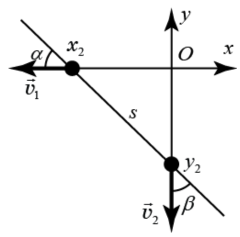
Problema 9.1

	Soluție	
a)	Pentru determinarea distanței dintre corpuri la momentul inițial folosind faptul că vectorii deplasare sunt orientați reciproc perpendicular $s^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2\cos 90^\circ = d_1^2 + d_2^2, \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ **<u>(0.6 p.)</u>** Pentru calcule $s = \sqrt{3600\,\mathrm{m}^2 + 6400\,\mathrm{m}^2} = 100\,\mathrm{m}$ **<u>(0.2 p)</u>**	**0.8 p.**
b)	Pentru determinarea timpului de mișcare a corpurilor până în originea sistemului de coordonate folosind definiția vitezei într-o mișcare uniformă $t_1 = \dfrac{d_1}{\upsilon_1} = \dfrac{60\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m/s}} = 30\,\mathrm{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>** $t_2 = \dfrac{d_2}{\upsilon_2} = \dfrac{80\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{m/s}} = 20\,\mathrm{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru concluzia că $t_0 = \min(t_1; t_2) = 20\,\mathrm{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>**	**1.2 p.**
c)	Pentru observarea că distanța dintre corp și originea de coordonate este coordonata acestuia la momentul t_0, adică diferența dintre distanța d_1 și distanța parcursă în timpul t_0: $x_1 = d_1 - d_{10} = d_1 - \upsilon_1 t_0$ (1) **<u>(0.6 p.)</u>** Pentru calcule $x_1 = 60\,\mathrm{m} - 2\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 20\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m}$ **<u>(0.2 p.)</u>**	**0.8 p.**
d)	Pentru expresiile distanțelor corpurilor până la originea de coordonate la un moment arbitrar de timp *t*: $s_1 = d_1 - \upsilon_1 t$ **<u>(0.4 p.)</u>** $s_2 = d_2 - \upsilon_2 t$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru expresia distanței dintre corpuri la momentul arbitrar de timp *t*: $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{(d_1 - \upsilon_1 t)^2 + (d_2 - \upsilon_2 t)^2}$ (1) **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru observarea că distanța *s* se exprimă prin funcția de gradul II: $f(t) = d_1^2 + d_2^2 - 2(d_1\upsilon_1 + d_2\upsilon_2)t + (\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2)t^2 \quad \Rightarrow \quad f(t) = c + bt + at^2$ **<u>(0.6 p.)</u>** Pentru înțelegerea faptului că distanța dintre corpuri va fi minimă când argumentul funcției *f*(*t*) va fi minim, iar valoarea minimă a argumentului coincide cu coordonata vârfului parabolei $t_1 \equiv t_{\min} = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{d_1\upsilon_1 + d_2\upsilon_2}{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}$ **<u>(0.6 p.)</u>** $\Rightarrow$ $t_1 \equiv t_{\min} = \dfrac{60\,\mathrm{m} \cdot 2\,\mathrm{m/s} + 80\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{m/s}}{(4+16)\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2} = 22\,\mathrm{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>**	**2.8 p.**
e)	Pentru calculul distanței minime cu ajutorul relației (1) la momentul de timp t_1: $s = \sqrt{(d_1 - \upsilon_1 t_1)^2 + (d_2 - \upsilon_2 t_1)^2} = \sqrt{(60 - 2 \cdot 22)^2\,\mathrm{m}^2 + (80 - 4 \cdot 22)^2\,\mathrm{m}^2} = 8\sqrt{5}\,\mathrm{m} \approx 17{,}9\,\mathrm{m}$ **<u>(0.4 p.)</u>**	**0.4 p.**
f)	Pentru expresiile coordonatelor corpurilor la momentul t_2 când ele se îndepărtează unul de altul (vezi figura alăturată): $x_2 = d_1 - \upsilon_1 t_2$ **<u>(0.4 p.)</u>** $y_2 = d_2 - \upsilon_2 t_2$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru expresia distanței dintre corpuri la momentul de timp t_2: $s = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru expresia vitezei absolute exprimată prin cele relativă și de transport (egală cu zero): $\vec{\upsilon}_a = \vec{\upsilon}_r + \vec{\upsilon}_t \quad \Rightarrow \quad \vec{\upsilon}_r = \vec{\upsilon}_a$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru proiectarea vitezei relative pe direcția care unește pozițiile corpurilor la momentul t_2: $\upsilon_{rs} = \upsilon_1\cos\alpha + \upsilon_2\cos\beta$ (2) **<u>(0.4 p.)</u>**  Pentru obținerea expresiilor cosinusurilor unghiurilor α și β: $\cos\alpha = \dfrac{-x_2}{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>** $\cos\beta = \dfrac{-y_2}{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru obținerea din (2) a expresiei vitezei relative $\upsilon_{rs} = \dfrac{-x_2\upsilon_1 - y_2\upsilon_2}{s}$ **<u>(0.4 p.)</u>** Pentru calcule: $x_2 = 60\,\mathrm{m} - 2\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 80\,\mathrm{s} = -100\,\mathrm{m}$ **<u>(0.2 p.)</u>** $y_2 = 80\,\mathrm{m} - 4\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 80\,\mathrm{s} = -240\,\mathrm{m}$ **<u>(0.2 p.)</u>** $s = \sqrt{(-100)^2 + (-240)^2} = 260\,\mathrm{m}$ **<u>(0.2 p.)</u>** $\upsilon_r = \dfrac{100 \cdot 2 + 240 \cdot 4}{260} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \dfrac{58}{13} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 4{,}5\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **<u>(0.2 p.)</u>**	**4.0 p.**
	Total max	**10.0 p.**